

1. Übungsblatt zur Numerik II
SS 2010 (Stöckler/Charina-Kehrein)

Abgabetermin für die Aufgaben 1 und 2 ist Montag, 19.04.10, 12:15 Uhr.

Internetseite:

www.mathematik.tu-dortmund.de/lsviii/new/de/lehrveranstaltungen/sose2010/numII10.html

Aufgabe 1 Gegeben sei die Abbildung $\phi : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$\phi(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{2}.$$

- (i) Zeigen Sie, dass ϕ eine kontrahierende Selbstabbildung des Intervalls $[1, 2]$ ist und berechnen Sie die Kontraktionszahl.
- (ii) Berechnen Sie ausgehend von $x_0 = 1$ zwei Schritte des Iterationsverfahrens

$$x_{n+1} = \phi(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

- (iii) Bestimmen Sie den Fixpunkt $x^* \in [1, 2]$ der Abbildung ϕ analytisch.
- (iv) Bestimmen Sie $n \in \mathbb{N}$ mittels der a-priori Fehlerabschätzung so, dass

$$|x_n - x^*| < 10^{-2}.$$

Aufgabe 2 Bestimmen Sie eine Kontraktionszahl der Funktion

$$f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = \begin{pmatrix} 0.1 \cdot x \cdot y \\ -0.2 \cdot x \cdot e^{-y} \end{pmatrix},$$

bzgl. der Maximumsnorm auf \mathbb{R}^2 .