Prof. Dr. J. Stöckler
PD Dr. Maria Charina-Kehrein

Fakultät für Mathematik
TU Dortmund

2. Übungsblatt zur Numerik II
SS 2010 (Stöckler/Charina-Kehrein)

Abgabetermin für die Aufgaben 4 und 5 ist Montag, 26.04.10, 12:15 Uhr.
Internetseite:
`www.mathematik.tu-dortmund.de/lsviii/new/de/lehrveranstaltungen/sose2010/numII10.html`

Aufgabe 3

Gegeben sei die nichtlineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} x^2 - y + 2 \\ x^2 + y^2 - 4 \end{pmatrix}.$$

(i) Führen Sie ausgehend von $x_0 = (1,2)^T$ zwei Schritte des Newton–Verfahrens durch, um eine Näherung an die Lösung von $f(x,y) = 0$ zu bestimmen.

(ii) Lösen Sie $f(x,y) = 0$ analytisch.

(iii) Überprüfen Sie, ob f auf $\Omega = (-1,1) \times (1,3)$ die Voraussetzungen von 6.3.5 erfüllt. Welche Konsequenzen hat es für die Konvergenz der Iteration in (i).

Aufgabe 4 (3 Punkte)

(i) Berechnen Sie für die Funktion $f(x) = \sin(x) - 1$ mit dem Startwert $x_0 = 3$ zehn Iterierte des Newton–Verfahrens, um eine Näherung an die Nullstelle $x = \frac{\pi}{2}$ von f zu bestimmen. Warum ergibt sich in diesem Fall keine quadratische Konvergenz?

(ii) Modifizieren Sie das Newton–Verfahren für die Funktion f in (i), so dass die quadratische Konvergenz erzielt wird und berechnen Sie die entsprechenden Iterierten.

Aufgabe 5 (3 Punkte)

Schreiben Sie ein MATLAB–Programm, das das gedämpfte Newton–Verfahren 6.4.3 realisiert. Das Programm soll den Aufruf

function [gedampNewton, errorMessage] = myNewton(f, df, x0, kmax, tol, lmin)

besitzen und die Datei *myNewtom.m* heißen, wobei

$$errorMessage = \begin{cases} 0, & \text{falls das Verfahren konvergiert,} \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

und *df* die Jacobi–Matrix von f sind. Zum Testen Ihres MATLAB–Programms benutzen Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \qquad f(x,y) = \begin{pmatrix} \arctan(x) \\ x + y^2 \end{pmatrix},$$

den Startwert $\mathbf{x_0} = (\mathbf{\frac{3}{2}}, \mathbf{\frac{3}{2}})^{\mathbf{T}}$, $kmax = \mathbf{20}$, $tol = 10^{-5}$ und $lmin = 0.01$.

Aufgabe 6

Führen Sie fünf Schritte des Sekantenverfahrens durch, um eine Näherung an die Nullstelle x^* von $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x$ zu bestimmen. Verwenden Sie dabei die Startwerte $x_0 = 2$ und $x_1 = 3$.