

6. Übungsblatt zur Numerik II
SS 2010 (Stöckler/Charina-Kehrein)

Abgabetermin für die Aufgaben 21 und 22 ist Montag, 31.05.10, 12:15 Uhr.

Internetseite:

www.mathematik.tu-dortmund.de/lsviii/new/de/lehrveranstaltungen/sose2010/numII10.html

Aufgabe 19 Bringen Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ 6 & -3 & -2 \\ 8 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

mittels einer Jacobi-Transformation unitär-ähnlich auf Hessenberggestalt.

Aufgabe 20 Diese Aufgabe soll nochmal die Bedeutung der Rayleigh-Quotienten einer symmetrischen Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ erläutern. Seien $x \in \mathbb{R}^n$ mit $\|x\|_2 = 1$ und $\beta \in \mathbb{R}$. Dann gibt es einen Eigenwert λ_i von A mit

$$|\lambda_i - \beta| \leq \|Ax - \beta x\|_2.$$

Außerdem wird die Funktion $f(\beta) = \|Ax - \beta x\|_2^2$ für $\beta = x^T Ax$ minimal.

Aufgabe 21 (4 Punkte)

(i) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -25 \\ 0.01 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0.01 \\ 0.01 & 1 \end{pmatrix}$$

mit dem QR-Verfahren mittels Householder-Transformationen, indem Sie vier Iterationen durchführen.

(ii) Führen Sie für B in (i) das QR-Verfahren mit dem Shift $\sigma = 1$ mittels Householder-Transformationen durch und brechen Sie die Iterationen nach vier Schritten ab.

(iii) Diskutieren Sie die Konvergenz der Iterationen in (i) und (ii).

Aufgabe 22 (2 Punkte) Führen Sie ausgehend von $\lambda^{(0)} = 1$ einen Schritt des Verfahrens von Hyman für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

durch. Geben Sie auch eine Näherung an den zugehörigen Eigenvektor an.