

Lineare Algebra II

Übungsblatt 3

Aufgabe 8 (Pflichtabgabe)

Gegeben sei $U := \text{Span}\{(1, 2, -2, -1)^T, (0, 1, 1, 0)^T\} \approx \mathbb{R}^4$.

- Bestimmen Sie eine Basis von U^\perp .
- Bestimmen Sie eine Matrix A , so dass für die orthogonale Projektion $\Pi_U : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ gilt:
 $\Pi_U(v) = Av$.
- Bestimmen Sie für $v := (1, 2, 3, 4)^T$ die Zerlegung $v = u + u^\perp$ mit $u \in U$ und $u^\perp \in U^\perp$.

Aufgabe 9 (Pflichtabgabe)

Es sei V ein euklid. VR mit Basis $\mathcal{A} := (v_1, \dots, v_n)$. Zeigen Sie:
 \mathcal{A} ist genau dann ONB, wenn für jeden Endomorphismus $F : V \rightarrow V$ gilt:

$$M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}(F) = \left(\langle v_i, F(v_j) \rangle \right)_{i,j=1,\dots,n}$$

Aufgabe 10

Es seien V ein euklid. VR mit $\dim V = n$ und $F : V \rightarrow V$ linear. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- $\langle F(v), F(w) \rangle = \langle v, w \rangle$ für alle $v, w \in V$
- Für jede Basis \mathcal{A} gilt: $G_{\mathcal{A}} = (M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}(F))^T G_{\mathcal{A}} M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}(F)$
- Für jede ONB \mathcal{B} von V ist $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(F) \in O(n)$.
- Es gibt eine ONB \mathcal{B} von V mit $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(F) \in O(n)$.
- $\|F(v)\| = \|v\|$ für alle $v \in V$

Aufgabe 11

Im Labor wurden die Molekulargewichte von 6 Stickstoffoxiden gemessen:

NO	N_2O	NO_2	N_2O_3	N_2O_5	N_2O_4
30.006	44.013	46.012	76.012	108.010	92.011

Bestimmen Sie hieraus mit Hilfe der Ausgleichsrechnung Näherungen für die Atomgewichte von Stickstoff (N) und Sauerstoff (O).