TU Dortmund
Prof. Dr. Matthias Röger
Dr. Andreas Rätz

SS 2011

Analysis II

Blatt 2

Abgabe: 19. April 2011, 12:00

Aufgabe 5 (4 Punkte)**.** Bestimmen Sie die Taylorreihen um $x = 0$ für die folgenden Funktionen:

$$\textbf{(a)}\ f(x) = \sqrt{1+x^2}, \quad \textbf{(b)}\ f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}.$$

Aufgabe 6 (4 Punkte)**.** Zeigen Sie das folgende Kriterium für den Konvergenzradius einer Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \tag{1}$$

in $\mathbb{R}$. Wenn der Grenzwert $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{c_{n+1}}{c_n}\right| = r$ existiert, so ist $\frac{1}{r}$ der Konverenzradius der Potenzreihe (1).

Aufgabe 7 (4 Punkte)**.** Bestimmen Sie für jedes $k \in \mathbb{N}$ den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{n}{k} x^n.$$

Aufgabe 8 (4 Punkte)**.** **(a)** Sind die Potenzreihen $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ und $\sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k x^k$ beide für $|x| < r$ konvergent und besitzen sie die gleiche Summe, so gilt $a_k = b_k$, $k = 0, 1, 2, \ldots$.

(b) Sei $f = f(x) := \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$, $|x| < r$, eine gerade Funktion, d.h. $f(x) = f(-x)$ für $|x| < r$. Zeigen Sie, dass dann $a_k = 0$ für ungerade $k \in \mathbb{N}$ gilt.