

Übungen zu "Anwendungen der Differentialrechnung"

Aufgabe 1:

Sei $n \in \mathbb{N}$. Wie lautet die n -te Ableitung von

(i) $\frac{x}{1-x}$

(ii) $\sin 2x$

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$ die relativen Extrema von $f(x) = x^4 + ax^2$.

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \cos x)}{x^2}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^k}, k = 1, 2, 3, 4$

Aufgabe 4:

Was ist der maximale Flächeninhalt eines Rechtecks mit dem Umfang 1?

Aufgabe 5*:

Es sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine n -mal differenzierbare Funktion mit $n + 1$ Nullstellen. Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes, dass mindestens ein $y \in]a, b[$ mit $f^{(n)}(y) = 0$ existiert.

Aufgabe 6:

Sei $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{x}{x^2 + 1}$.

Bestimmen Sie Extrema und Krümmungsverhalten des Graphen von f