Übungen zu "Abbildungen und Funktionen"

Aufgabe 1:
Bestimmen Sie den den maximalen Definitionsbereich der Funktion f, deren Zuordnungsvorschrift $f(x)$ gegeben ist durch:

i) $\sqrt{1-x^2}$ ii) $\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$ iii) $\sqrt{1-x}+\sqrt{x-2}$

iv) $\sqrt{3|1-x|}$ v) $\dfrac{1}{|x-1|}+\dfrac{|x|}{x+2}$

Aufgabe 2:
Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f, wenn $f(x)$ gegeben ist durch:

(i) a) $|x|$ b) $|x-1|$ c) $|x+1|$ d) $|x|+1$

(ii) a) $\dfrac{1}{x}$ b) $\dfrac{1}{|x|}$ c) $\dfrac{1}{x+1}$ d) $\dfrac{1}{x}+1$

(iii) $||x|-1|$

(iv) $\dfrac{|x^2-9|}{x-3}$

Aufgabe 3:
Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen von f mit den Achsen, wenn $f(x)$ gegeben ist durch:

i) $\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$ ii) $\dfrac{1}{1+x^2}$ iii) $x^2(2x+1)$

Aufgabe 4:
Sei $p(x)=x^5-4x^4+x^3+10x^2-4x-8$.
Benutzen Sie das Hornerschema, um alle Nullstellen von p und den Wert $p(-2)$ zu bestimmen.

Aufgabe 5:
Bestimmen Sie alle Nullstellen von $p(x)=x^4+7x^3+17x^2+17x+6$.

Aufgabe 6:

(i) Sei die Funktion $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ gegeben durch: $f(x)=\dfrac{1+x}{2-x}$

Bilden Sie: $f(3t)$, $f(x-1)$, $f(\dfrac{1}{x})$

(ii) Bilden Sie die zusammengesetzten Funktionen $f(g(x))$ und $g(f(x))$:

a) $f(x)=\sqrt{x^2+1}$, $g(x)=\dfrac{x}{x-1}$

b) $f(x)=x^2$, $g(x)=2x-1$

Geben Sie jeweils den Definitionsbereich der zusammengesetzten Funktion an.

Aufgabe 7:
Welche der Funktionen $f:D\to\mathbb{R}$ ist streng monoton und besitzt daher eine Umkehrfunktion?

(i) $f(x)=x+x^2$ mit

a) $D=\{x|0\le x\le 3\}$

b) $D=\{x|-1\le x\le 3\}$

(ii) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ mit

a) $D = \{x | x > 0\}$

b) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Aufgabe 8*:

(i) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion von

$$f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R} \quad , \quad f(x) = \frac{1}{2 - x}$$

(ii) Sei $f : [-\frac{5}{2}, \infty[\to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = 1 - (2x + 5)^3$

a) Geben Sie an, in welcher Weise f aus welchen Funktionen zusammengesetzt ist

b) Zeigen Sie, dass f streng monoton ist. Untersuchen Sie dazu die Funktionen, aus denen f nach a) zusammengesetzt ist.

c) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion von f.