

# Übungen zu "Mengen"

## Aufgabe 1:

Geben Sie folgende Mengen durch Aufzählen ihrer Elemente an:

$$A = \{x \in \mathbb{N}_0 \mid 0 < x < 4, 8\}$$

$$B = \{t \in \mathbb{N}_0 \mid t \text{ ist Teiler von } 24\}$$

$$C = \{z \in \mathbb{Z} \mid z \text{ ist positiv, durch } 3 \text{ teilbar und kleiner als } 21\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid (x - 1)^2 = 0\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid x + 8 = 9\}$$

## Aufgabe 2:

Schreiben Sie als Aufzählung

$$(i) \{k \mid -2 \leq k \leq 4, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$(ii) \{(2k + 1)^2 \mid k \in \mathbb{N}_0\}$$

$$(iii) \{n \mid n^2 < 5, n \in \mathbb{Z}\}$$

## Aufgabe 3:

Schreiben Sie mit Hilfe einer definierenden Eigenschaft

$$(i) \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$(ii) \{5, 10, 15, 20, \dots\}$$

$$(iii) \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$$

$$(iv) \{1, 4, 9, 16, 25\}$$

$$(v) \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$$

## Aufgabe 4:

Prüfen Sie, ob folgende Mengenformeln gültig sind (Benutzen Sie Mengendiagramme zur Veranschaulichung)

$$(i) (A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup B$$

$$(ii) (A \cup B) \cap C \subseteq A \cap (B \cup C)$$

$$(iii) (A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$$

## Aufgabe 5:

Veranschaulichen Sie folgende Mengenformeln am Diagramm:

$$(i) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$(ii) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

## Aufgabe 6:

Sei  $C \subset A$  und  $C \subset B$ .

- (i) Ist dann  $C \subset A \cap B$ ?
- (ii) Ist dann  $C \subset A \cup B$ ?
- (iii) Ist  $C = A \cap B$  möglich?
- (iv) Ist das immer der Fall?

**Aufgabe 7\*:**

Beweisen Sie, dass die eine der folgenden Mengenformeln immer richtig, die andere manchmal falsch ist:

- (i)  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup C$
- (ii)  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$

**Aufgabe 8\*:**

Richtig oder falsch?

- (i)  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$
- (ii)  $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

**Aufgabe 9\*:**

Veranschaulichen Sie die Mengen jeweils an einer Skizze

- (i)  $(A \cup B) \times N = (A \times N) \cup (B \times N)$
- (ii)  $(A \cup B) \times (M \cup N)$
- (iii)  $(A \cap B) \times (M \cap N)$

**Aufgabe 10\*:**

Gegeben sind die vier Mengen

$$A = \{1, 2\}, \quad B = \{\{1\}, \{2\}\}, \quad C = \{\{1\}, \{1, 2\}\}, \quad D = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

Diskutieren Sie die Gültigkeit folgender Beziehungen:

- (i)  $A = B$ ,    (ii)  $A \subseteq B$ ,    (iii)  $A \subset C$ ,    (iv)  $A \in C$ ,    (v)  $A \subset D$
- (vi)  $B \subset C$ ,    (vii)  $B \subset D$ ,    (viii)  $B \in D$ ,    (ix)  $A \in D$