

# Übungen zu "Trigonometrie"

## Aufgabe 1:

Bogen und Gradmaß

- (i) Geben Sie das Bogenmaß des Winkels  $\alpha$  vom Gradmaß  $135^\circ$  an.
- (ii) Geben Sie das Gradmaß des Winkels  $\alpha$  vom Bogenmaß 5 an.
- (iii) Geben Sie Grad- und Bogenmaß des Winkels  $\alpha$  an, der aus einem Kreis mit Radius  $r = 3$  einen Bogen der Länge 5 ausschneidet.

## Aufgabe 2:

$\cos x$  und  $\sin x$  sind als die Koordinaten des Punktes  $P_x$  auf dem Einheitskreis definiert (vgl. Skript); daher:  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ .

(i) Bestimmen Sie  $\cos x$  und  $\sin x$  für (1)  $x = \frac{3}{4}\pi$ , (2)  $x = \frac{7}{4}\pi$

(ii) Begründen Sie (am Einheitskreis):

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad , \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x \quad , \quad \cos(\pi - x) = -\cos x$$

## Aufgabe 3:

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion über einem geeigneten Intervall und diskutieren Sie die Wirkung der Koeffizienten und der additiven Konstanten:

$$f_1(x) = \sin x \quad , \quad f_2(x) = 2 \sin x \quad , \quad f_3(x) = -2 \sin x$$

$$f_4(x) = \sin(2x) \quad , \quad f_5(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$$

$$f_6(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \quad , \quad f_7(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

## Aufgabe 4:

Bestimmen Sie alle  $x$  mit  $\sin x = \frac{1}{2}$

## Aufgabe 5:

Beziehungen zwischen  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$ ,  $\cot$ . Vereinfachen Sie:

(i)  $\cos x + \sin x \tan x$

(ii)  $\frac{1}{1 + \tan x} + \frac{1}{1 + \cot x}$

## Aufgabe 6:

Anwendung der Additionstheoreme für  $\cos$  und  $\sin$ :

(i) Berechnen Sie  $\cos \frac{\pi}{3}$  und  $\sin \frac{\pi}{3}$ :

$$\cos \frac{\pi}{6}, \quad \sin \frac{\pi}{6}, \quad \cos \frac{2\pi}{3}, \quad \sin \frac{2\pi}{3}$$

(ii) Zeigen Sie, daß für  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

(iii) Vereinfachen Sie:  $\sqrt{1 + \cos x} \cdot \sqrt{1 - \cos x}$

### **Aufgabe 7\*:**

Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen.

(i) Vereinfachen Sie den Ausdruck  $\sin(\arcsin x + \arccos x)$ , und zeigen Sie damit, dass für alle  $x \in \mathbb{R}$  mit  $|x| \leq 1$  gilt:

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}.$$

(ii) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion der Funktion

$$f : \left[0, \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right[ \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = \frac{1}{3} \tan x^2.$$