Übungen zu "Zahlen"

Aufgabe 1:

(i) Schreiben Sie den Bruch als Dezimalzahl (mit Angabe der Periode)

(a) $\frac{3}{8}$, (b) $\frac{3}{7}$, (c) $\frac{311}{5}$

(ii) Schreiben Sie die Dezimalzahl als Bruch ganzer Zahlen in gekürzter Form:

(a)) $0,8$, (b) $0,7\overline{9}$, (c) $0,15\overline{3}$

Aufgabe 2:
Mit endlichen Summen rechnen:

(i) $\sum\limits_{k=1}^{n}(3k+2)$

(ii) $\sum\limits_{k=-5}^{5} 3$,

(iii) $\sum\limits_{k=1}^{n} 2^k - \sum\limits_{k=-1}^{n-2} 2^{k+1}$

(iv) $\sum\limits_{k=0}^{n}(-1)^k x^{2k}$

Aufgabe 3:
Beweisen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion

(i) die Summenformel

$$\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2$$

(ii) die geometrische Summenformel

$$\forall n \in \mathbb{N}_0, q \in \mathbb{R} \setminus \{1\} : \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}.$$

Aufgabe 4:
Benutzen Sie die Potenzrechenregeln, um den Ausdruck zu vereinfachen:

$$\text{(i)}\ \frac{26 \cdot 5^m - 5^m}{5^{m+2}} \quad , \quad \text{(ii)}\ \frac{(15x^2y^{-3})^{-4}}{(25x^3y^{-6})^{-2}}$$

$$\text{(iii)}\ \frac{a^n + 2a^{n-1}}{a^{n-2} + 2a^{n-3}} \quad , \quad \text{(iv)}\ \left(\frac{a^2b}{cd^3}\right)^3 : \left(\frac{ab^2}{c^2d^2}\right)^4$$

Aufgabe 5:
Bestimmen Sie die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung (durch quadratische Ergänzung):
(i) $x^2 + 6x + 5 = 0$, (ii) $x^2 + 6x + 9 = 0$, (iii) $x^2 + 6x + 13 = 0$
(iv) $x(x-2) = 3$, (v) $x^2 - 5x + 6 = 0$, (vi) $x^2 - 3x + 3 = x - 1$

Aufgabe 6*:
Zerlegen Sie den quadratischen Ausdruck in ein Produkt von Linearfaktoren:

$$\text{(i) } x^2 - 8x + 15 \quad , \quad \text{(ii) } 4t^2 - 4t + 1 \quad , \quad \text{(iii) } 18u^2 - 9u + 1$$

Aufgabe 7:
Berechnen Sie mit Hilfe des binomischen Satzes $999^3 = (1000-1)^3$ und 1001^4.