

Regularitätstheorie elliptischer Gleichungen

Blatt 2

Abgabe beim Übungsleiter bis zum 13.11.2017
(Raum 642 oder Ablagefach gegenüber von Raum 635)

Aufgabe 1 (Vollständigkeit der Morrey- und Campanato-Räume).

Sei $U \subset \mathbb{R}^n$ offen und $1 \leq p < \infty$, sowie $\lambda > 0$. Zeigen Sie:

- (i) Der Morrey-Raum $L^{p,\lambda}(U)$ ist mit der Norm $\|\cdot\|_{L^{p,\lambda}(U)}$ ein Banachraum.
- (ii) Der Campanato-Raum $\mathcal{L}^{p,\lambda}(U)$ ist mit der Norm $\|\cdot\|_{L^p(U)} + [\cdot]_{\mathcal{L}^{p,\lambda}(U)}$ ein Banachraum.

Aufgabe 2 (Einbettungen von Morrey- und Campanato-Räumen).

Seien $V \subset U \subset \mathbb{R}^n$ offene Mengen und $1 \leq p < \infty$, sowie $\lambda > 0$. Zeigen Sie:

- (i) Es gibt eine stetige Einbettung $L^{p,\lambda}(U) \hookrightarrow \mathcal{L}^{p,\lambda}(U)$.
- (ii) Es gibt eine stetige Einbettung $\mathcal{L}^{p,\lambda}(U) \hookrightarrow \mathcal{L}^{p,\lambda}(V)$.