

Topologie

Test 1 (30 Minuten)

Name: **Vorname:** **Matr.-Nr.:**

--	--	--	--	--	--

- 1) [3 Punkte] Wie ist der Begriff des topologischen Raums definiert?
- 2) [3 Punkte] Es sei X eine Menge mit mindestens zwei Elementen. Zeigen Sie, dass es eine Topologie \mathcal{T} auf X gibt, die genau drei Elemente (offene Mengen) enthält. Können Sie alle Topologien auf X mit dieser Eigenschaft bestimmen?
- 3) [2 Punkte] Wie ist der Begriff der Umgebungsbasis eines Punktes x in einem topologischen Raum X definiert?
- 4) [2 Punkte] Geben Sie eine Klasse von topologischen Räumen an, in denen jeder Punkt eine höchstens abzählbare Umgebungsbasis hat. Wie sieht eine solche Umgebungsbasis aus?
- 5) [3 Punkte] Es sei X ein topologischer Raum und $x \in X$. Welche Eigenschaften hat das Umgebungssystem $\mathcal{U}(x)$ von x ?
- 6) [2 Punkte] Zusatzfrage zu Analysis I: Wie ist der Begriff des Häufungswertes (manche Dozenten verwenden auch die Bezeichnung Häufungspunkt) einer Folge (a_k) in \mathbb{R} definiert? Kennen Sie einen Satz, der eine Aussage über die Existenz von Häufungswerten macht? Wie lautet dieser Satz gegebenenfalls?

Verwenden Sie für die Antworten auch die Rückseite dieses Blattes.