

Summasymbol & Produktsymbol:

• $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$

$$= \sum_{k=1}^{100} k = \sum_{n=1}^{100} n = \sum_{n=0}^{99} (n+1)$$

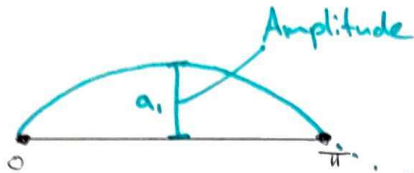
↑ "Summe von $k=1$ bis 100"

$\left(= \frac{100}{2} \cdot 101, \text{ allgemein } \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \right)$

• $1^2 + 4^2 + 9^2 + 16^2 + 25^2 + 36^2$

$$= \sum_{i=1}^6 i^2$$

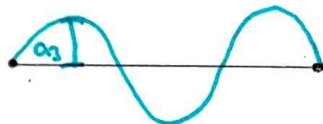
• Saite:



$$f_1(x) = a_1 \sin(x)$$



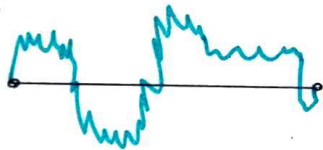
$$f_2(x) = a_2 \sin(2x)$$



$$f_3(x) = a_3 \sin(3x)$$

⋮

Σ:



$$f(x) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j \sin(jx)$$



• $\prod_{m=2}^5 (m-1) = (2-1)(3-1)(4-1)(5-1) = (1)(2)(3)(4) = 24$

↑ "Produkt von $m=2$ bis 5"

Quadratwurzel & Quadratische Gleichungen

Def.: Für $a, b \in \mathbb{R}$ mit $b^2 = a$ definieren wir

$$\sqrt{a} = \begin{cases} b & : b \geq 0 \\ -b & : b < 0 \end{cases} \quad (\text{sodass } \sqrt{a} \geq 0)$$

als Quadratwurzel von a .

Die Gleichung $x^2 = a$ besitzt

- zwei verschiedene reelle Lösungen $x_1 = \sqrt{a}$, $x_2 = -\sqrt{a}$, falls $a > 0$
- eine eindeutige reelle Lösung $x = 0$, falls $a = 0$
- keine reelle Lösung, falls $a < 0$.

$$\rightarrow x^2 + \overset{P}{\left(\frac{b}{a}\right)}x + \overset{q}{\left(\frac{c}{a}\right)} = 0$$

Die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ besitzt (für $a \neq 0$)

- zwei verschiedene reelle Lösungen $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$,
falls $b^2 - 4ac > 0$
- eine eindeutige reelle Lösung $x = -\frac{b}{2a}$,
falls $b^2 - 4ac = 0$
- keine reelle Lösung,
falls $b^2 - 4ac < 0$

$b^2 - 4ac = \text{Diskriminante } D$

Binomische Formeln

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^n = ? \quad (n \in \mathbb{N}_0)$$

$$(a+b)^0 = 1$$

$$(a+b)^1 = a+b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = (a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$$
$$= a^4 + \underline{4} a^3b + \underline{6} a^2b^2 + \underline{4} ab^3 + b^4$$

↓
Anzahl an
Möglichkeiten,
aus den 4 Klammern
3 a's auszuwählen

↓
Anzahl an
Möglichkeiten,
aus den 4 Klammern
2 a's auszuwählen

Aus n wähle $k = \binom{n}{k}$ Möglichkeiten

z.B. Lotto: aus 49 wähle 6

$$\binom{49}{6} = 49 \cdot \frac{48}{2} \cdot \frac{47}{3} \cdot \frac{46}{4} \cdot \frac{45}{5} \cdot \frac{44}{6} = \text{viele Möglichkeiten!}$$

1. Kugel 2. Kugel 3. Kugel 4. Kugel 5. Kugel 6. Kugel

$$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-k+1)}{2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot k} = \frac{\prod_{j=n-k+1}^n j}{\prod_{j=1}^k j}$$

oder 2

$$\prod_{j=1}^k j = \text{Produkt aller natürlichen Zahlen bis } k$$
$$= k!$$

"k Fakultät"

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$