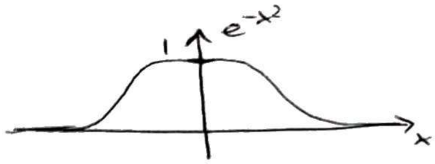
- $\int e^{-x^2}\,dx$

$u(x) = -x^2$
$u'(x) = -2x$



Substitutionsregel nicht anwendbar

Es existiert keine Stammfunktion, die sich in geschlossener Form angeben lassen könnte.

- $\int x\, e^{-x^2}\,dx$

$u(x) = -x^2$
$u'(x) = -2x$

$= \frac{1}{-2} \int \underbrace{-2x}_{u'(x)}\, e^{\overbrace{-x^2}^{u(x)}}$

$= -\frac{1}{2} \int e^{u}\,du$

$= -\frac{1}{2} e^{u} + C$

$= -\frac{1}{2} e^{-x^2} + C$

9 Komplexe Zahlen

Löse $x^2 - 6x + 13 = 0$

$$x_{1,2} = 3 \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{-16} = 3 \pm \sqrt{-4}$$

Definiere die imaginäre Einheit i als Lösung von $i^2 = -1$
($\rightsquigarrow$ d.h. $i = \sqrt{-1}$) als eine nichtreelle Zahl.

$$x_{1,2} = 3 \pm 2\sqrt{-1} = 3 \pm 2i$$

$x_1 = 3 + 2i$
$x_2 = 3 - 2i$

Allgemeine komplexe Zahl $x \in \mathbb{C}$:

$x = a + bi \qquad a, b \in \mathbb{R}$

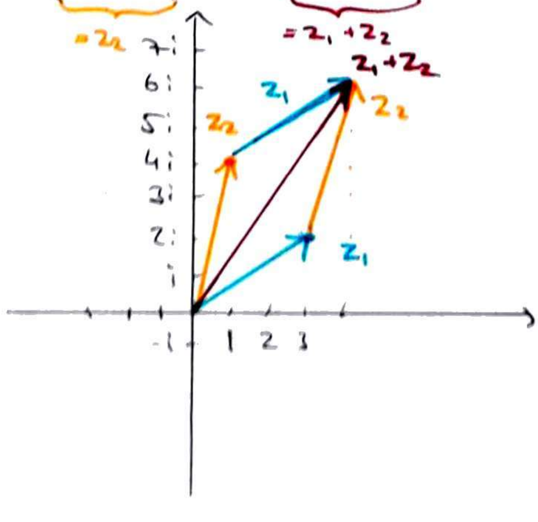
Realteil von x: $a = \operatorname{Re} x \in \mathbb{R}$

Imaginärteil von x: $b = \operatorname{Im} x \in \mathbb{R}$

Rechenregeln wie bisher. Achtung: Auf $\mathbb{C}$ ist keine Ordnung definiert, d.h. wir können nicht $<, \leq, >, \geq$ mit komplexen Zahlen verwenden.

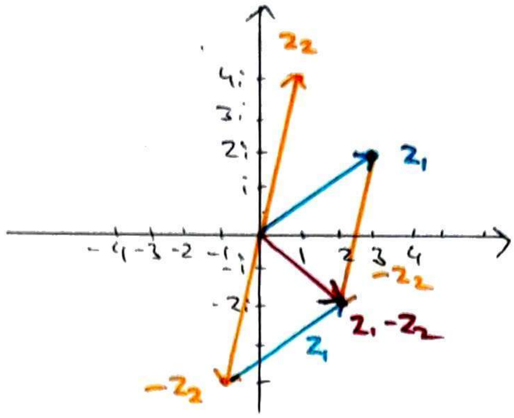
Addition:

$$\underbrace{(3+2i)}_{=z_1} + \underbrace{(1+4i)}_{=z_2} = \underbrace{4+6i}_{=z_1+z_2}$$



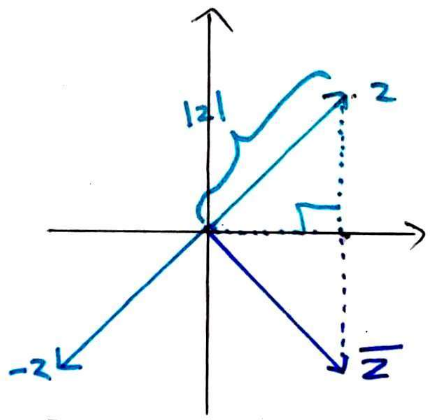
Subtraktion:

$$\underbrace{(3+2i)}_{=z_1} - \underbrace{(1+4i)}_{=z_2} = \underbrace{2-2i}_{=z_1-z_2}$$



Betrag:

$$|3+2i| = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$



$|a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$ = Länge des Vektors in der komplexen Ebene

= Abstand zur 0 ——— " ———

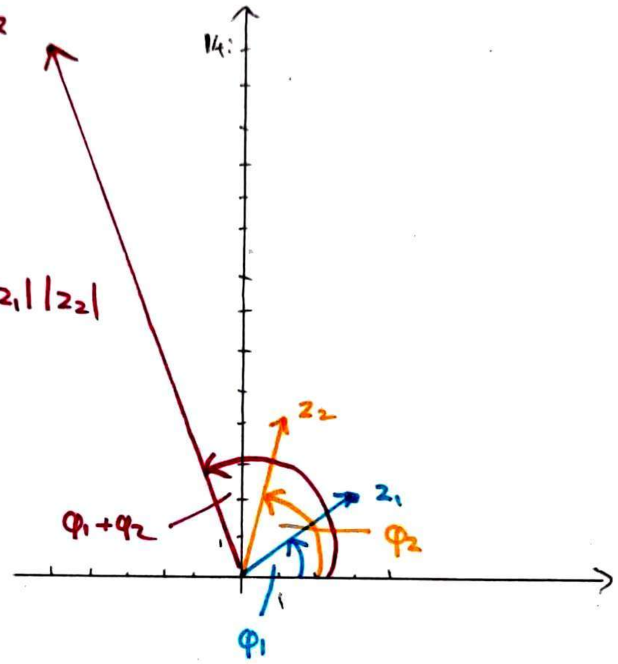
$|z| = |-z|$

$|z| = |\overline{z}|$ $\quad\quad$ $\overline{z}$ = konjugiert komplexe Zahl zu $z = a+bi$

$= a - bi$

Multiplikation:

$$(3+2i)(1+4i) = (3)(1) + (3)(4i) + (2i)(1) + (2i)(4i)$$
$$= 3 + 12i + 2i \underbrace{+ 8i^2}_{-8}$$
$$= -5 + 14i$$

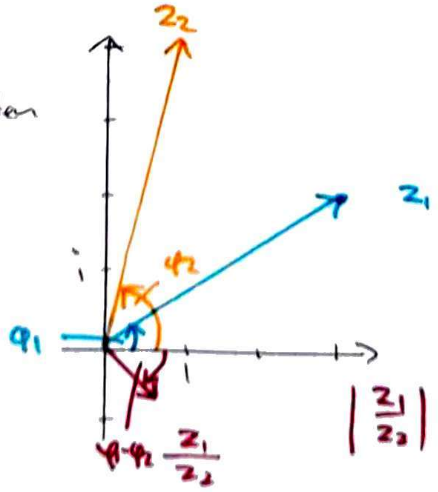


$$\underset{z}{(a+bi)}\underset{\bar{z}}{(a-bi)} = a^2 - (bi)^2 = a^2 + b^2 \geq 0$$
$$= |z|^2$$

Division:

$$\frac{3+2i}{1+4i} \underset{\uparrow}{=} \frac{(3+2i)(1-4i)}{(1+4i)(1-4i)} = \frac{3+8+2i-12i}{1^2+4^2} = \frac{11-10i}{17} = \frac{11}{17} - \frac{10}{17}i$$

erweitern mit der zum Nenner konjugierten Zahl



$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$