

Tutorium 11: Integralrechnung (Fortsetzung), Komplexe Zahlen

Aufgabe 1* Ein Auto kann unter optimalen Bedingungen mit bis zu $8\frac{m}{s^2}$ bremsen. Wenn wir davon ausgehen, dass bis zum Betätigen der Bremse eine Sekunde Reaktionszeit vergeht, wie weit fährt das Auto bis zum Stillstand bei Fahrt mit

- $30\frac{km}{h} = 8\frac{1}{3}\frac{m}{s}$
- $50\frac{km}{h} = 13\frac{8}{9}\frac{m}{s}$?

Tipp: Skizziere zunächst Diagramme der Graphen von Beschleunigung $a(t)$, Geschwindigkeit $v(t)$ und Ort $s(t)$. Stelle dann die Funktionen

$$a(t) = \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} & t \leq 1 \\ \underline{\hspace{2cm}} & t > 1 \end{cases} \quad v(t) = \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} & t \leq 1 \\ \underline{\hspace{2cm}} & t > 1 \end{cases}$$

auf und berechne, nach welcher Zeit das Fahrzeug zum Stillstand kommt.

Aufgabe 2 Stelle die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$ dar und zeichne sie als Punkte in der komplexen Ebene ein:

- | | | | |
|-----|---------------------------------|-----|-------------------------------------|
| (a) | $(1 + 2i) + (1 - 2i)$ | (e) | $\frac{1}{i}$ |
| (b) | $(1 + 2i)(1 - 2i)$ | (f) | $\frac{1}{1 - i}$ |
| (c) | $(3 + 2i)^2 + (7 - 3i)(-2 + i)$ | (g) | $\frac{3 + 2i}{(1 - 2i)(3 + i)}$ |
| (d) | $\frac{2 + 6i}{3 - 5i}$ | (h) | $\frac{1}{1 + i} + \frac{1}{1 - i}$ |

Aufgabe 3 Berechne die Lösungen folgender Gleichungen:

- (a) $x^2 - 4x + 7 = 0$
- (b) $z^2 - 2\alpha z + \alpha^2 + \beta^2 = 0$
- (c) $(1 + 3i)z + 3 + i = z$
- (d) $\frac{1 - iz}{1 + iz} = \frac{1 + i}{1 - i}$

Aufgabe 4 Berechne $i^2, i^3, i^4, i^5, \dots$. Was fällt dir auf?