

Tutorium 12: Komplexe Zahlen (Fortsetzung), Vektorrechnung

Aufgabe 1

(a) Schreibe die folgenden komplexen Zahlen in der Form $z = a + bi$:

$$2e^{\pm \frac{\pi}{6}i} \quad e^{(1+i)\frac{\pi}{6}} \quad (1 + \sqrt{3}i)e^{-\frac{\pi}{6}i}$$

(b) Schreibe die folgenden komplexen Zahlen in der Form $z = re^{\phi i}$:

$$-3 \quad -3i \quad 1 - i \quad -1 + i \quad |1 + i| \quad \cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}$$

Aufgabe 2 Skizziere in der komplexen Ebene die Menge aller Zahlen $z \in \mathbb{C}$ mit der Eigenschaft...

(a) $|z| = 2$ (e) $|z + 1 - i| \geq 1$

(b) $|z - 2i| = 1$ (f) $\left| \arg z - \frac{\pi}{4} \right| \leq \frac{\pi}{2}$

(c) $|z + 2| = 1$ (g) $z + \bar{z} = 6$

(d) $|z + 2| < 1$ (h) $z - \bar{z} = 6i$

Aufgabe 3

(a) Zeichne die Vektoren

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad -\mathbf{w}, \quad \mathbf{v} + \mathbf{w}, \quad \mathbf{v} - \mathbf{w}$$

gemeinsam in ein Koordinatensystem.

(b) Zeichne die Vektoren

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad -\mathbf{w}, \quad \mathbf{v} + \mathbf{w}, \quad \mathbf{v} - \mathbf{w}$$

gemeinsam in ein Koordinatensystem.

Aufgabe 4

(a) Zeichne die folgenden neun Linearkombinationen in ein Koordinatensystem:

$$c \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{für } c = 0, 1, 2 \text{ und } d = 0, 1, 2$$

(b) Welche Linearkombination aus $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ und $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ergibt den Vektor $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$?