

Tutorium 4: Funktionen

Aufgabe 1

(a) Gib den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktionen an, die wie folgt gegeben sind:

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2}$$

$$g(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$$

$$h(x) = \sqrt{1 - x} + \sqrt{x - 2}$$

$$a(x) = \sqrt{3|1 - y|}$$

$$b(x) = \frac{1}{|x - 1|} + \frac{|x|}{x + 2}$$

$$c(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

(b) Was sind die Bildmengen der Funktionen f , a und c ?

Aufgabe 2 Die elektrische Feldstärke im Abstand r zu einem Elektron beträgt

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2}.$$

Dabei ist $q < 0$ die (negative) Ladung des Elektrons und $\epsilon > 0$ die sogenannte Permittivität, eine physikalische Konstante. Wir führen als Abkürzung $C = \frac{q}{4\pi\epsilon}$ ein, sodass wir die elektrische Feldstärke einfach schreiben können als

$$E(r) = \frac{C}{r^2}.$$

(a) Welche Zahlenwerte sind für den Abstand sinnvoll, sodass die Feldstärke dort angegeben werden kann?

Der mathematische Fachbegriff für diese Menge lautet _____

(b) Was sind alle möglichen Werte der elektrischen Feldstärke?

Der mathematische Fachbegriff für diese Menge lautet _____

(c) Für welche Abstände zum Elektron liegt die elektrische Feldstärke zwischen 0 und $\frac{C}{100}$?

Der mathematische Fachbegriff für diese Menge lautet _____

(d) Skizziere den Graphen von E .

Als Menge aufgeschrieben ist der Graph = $\left\{ \text{_____} \right\}$

Aufgabe 3

(a) Skizziere die Graphen zu

$$a(x) = |x|$$

$$b(x) = |x - 1|$$

$$c(x) = |x + 1|$$

$$d(x) = |x| + 1$$

und gib jeweils Definitions- und Bildmenge an. Was sind $a^{-1}(\{3\})$, $b^{-1}(\{3\})$, $c^{-1}(\{3\})$ und $d^{-1}(\{3\})$?

(b) Skizziere die Graphen zu

$$e(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = \frac{1}{|x|}$$

$$g(x) = \frac{1}{x + 1}$$

$$h(x) = \frac{1}{x} + 1$$

und gib jeweils Definitions- und Bildmenge an. Was sind $e^{-1}([-2, 1])$, $f^{-1}([-2, 1])$, $g^{-1}([-2, 1])$ und $h^{-1}([-2, 1])$?

Aufgabe 4 Finde die Schnittpunkte des Graphen von f mit den beiden Koordinatenachsen, wenn

(a) $f(x) = x^2(2x + 1)$

(b) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

(c) $f(x) = 4x^3 - 3x + 1$

(d) $f(x) = x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$

Aufgabe 5 Gegeben ist die rationale Funktion

$$f : \text{_____} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{x^3 - x + 1}{x^2 - 1}.$$

(a) Ergänze den Definitionsbereich von f .

(b) Vereinfache den Bruch durch Polynomdivision.

Lösungen Deine Lösungen kannst du überprüfen, indem du die Funktionen dieses Übungsblatts auf Wolfram Alpha eingibst.

Syntax:

- Grundrechenarten: + - * /
- Potenzen: a^b oder $a**b$
- Quadratwurzel (square root): `sqrt(x)`
- Betrag (absolute value): `abs(x)`
- Ordnungszeichen: < <= > >=

Englische Fachbegriffe:

- Definitionsmenge = domain
- Bildmenge = range
- Nullstelle = root

Tipp: Dein Lerneffekt ist am größten, wenn du dir die Lösung tatsächlich erst dann anschaust, wenn du die Aufgabe schon selbst vollständig gelöst hast.