

## Tutorium 9: Differentialrechnung

**Aufgabe 1** Untersuche die folgenden Funktionen auf Stetigkeit:

(a)

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 + 1 & x \leq 2 \\ 2x - 3 & x > 2 \end{cases}$$

(b)

$$g(x) = \begin{cases} -4 & x < 1 \\ -3x^2 + x - 2 & 1 \leq x \leq 2 \\ -10 & x > 2 \end{cases}$$

(c\*)

$$h(t) = t - k \quad (k \leq t < k + 1, \quad k \in \mathbb{Z})$$

**Aufgabe 2** Bestimme die Ableitung von  $f(x) = \frac{1}{x}$  aus dem Grenzwert des Differenzenquotienten.

**Aufgabe 3** Berechne die ersten Ableitungen von

(a)  $f(x) = 4x^3 + 12x - 3$

(b)  $f(x) = 3 \sin x$

(c)  $f(x) = 3 + \sin x$

(d)  $f(x) = \sin(3x)$

(e)  $h(t) = (3t + 7t^5) \cos t$

(f)  $g(x) = \frac{1}{\tan x}$

(g)  $u(s) = \frac{\cos s}{s^2 + 4}$

(h)  $w(x) = (22x^2 - 2x^{22})^4$

(i)  $v(x) = \sin^2(2x^2) - \frac{1}{2}$

(j)  $a(s) = e^{3s+1}$

(k)  $b(t) = e^{\sin t}$

(l)  $f(x) = e^{3x} \cos(2x)$

(m)  $g(x) = x^2 e^{-x}$

(n)  $h(x) = \ln(x^2 e^{-x})$

(o)  $f(x) = x\sqrt{x+1}$

(p)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x}}$

(q)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x^2}}$

(r)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$

(s)  $p(z) = 2^z$

(t)  $\alpha(t) = \arctan(5t)$

**Aufgabe 4** Vor der Ableitung der folgenden Funktionen könnte es sich teilweise lohnen, zunächst zu vereinfachen...

(a)  $f(x) = \ln(1 + x^2)$

(b)  $f(x) = \ln \sqrt{1 + x^2}$

(c)  $f(x) = \frac{1}{4} \ln \frac{x^2-1}{x^2+1}$

(d)  $f(x) = \ln \sqrt[3]{x^5}$

(e)  $f(x) = \frac{4x^3+2x^2-20x-12}{2x^2-3x-4}$

**Aufgabe 5** Gib zwei verschiedene Beispiele von Funktionen an, deren Ableitung  $\cos(x)$  ist.

**Aufgabe 6** Wie lautet die  $n$ -te Ableitung von  $f(t) = \sin(2t)$ ?